

2次方程式(1)

2次方程式とその解

※今日の学習のポイント

- ・ 2次方程式とはどのようなものか説明できるようになろう。
- ・ 2次方程式の「かい解」とは何か理解しよう。
- ・ 2次方程式を「とく解く」とはどのようなことか説明できるようになろう。

※2次方程式とは

9世紀頃のアラビアの数学者アル=フワーリズミーは『アル=ジャブルとアル=ムカーバラの書』という本の中で、次のような問題を残しています。

アル=フワーリズミーの問題

ある数の平方（2乗のこと）と、その数の10倍との和が39に等しいという。ある数はいくつか？

- (1) ある数を x として、方程式をつくってみましょう。(ヒント、解答)
- (2) (1) でつくった方程式の項を全て左辺に移項し、(左辺) = 0の形に整理してみましょう。(解答)
- (3) 方程式を成り立たせる文字の値を解といいます。 x に1, 2, 3, 4の値を代入し、解であるものはどれかみつけてみましょう。(解説、解答)
- (4) この方程式が(3)で確かめた値以外の解を持っていないか考えてみましょう。(解説、解答)



※ 2次方程式とその解のポイント

2次方程式

移項して整理すると、(2次式) = 0 という形にできる方程式を2次方程式という。

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

2次方程式を成り立たせる文字の値を「解」という。また、解を全て求めることを2次方程式を「解く」という。

これまでに習った1次方程式では、解は1つしかなかったが、2次方程式では解が()つある場合もあるので気を付ける。(解答)

※ 練習問題

問1 次の方程式のうち、2次方程式はどれか選びましょう。(解答)

(1) $x^2 = 225$ (2) $2x - 1 = 0$ (3) $3x - 5 = 2x^2$ (4) $x^2 - 11 = (x + 5)(x - 3)$

問2 1, 2, 3, 4, 5のうち、 $x^2 - 6x + 8 = 0$ の解をみつけましょう。(解答)

問3 2次方程式 $x^2 - 5x + a = 0$ の解の一つが2のとき、 a の値を求めなさい。
(ヒント、解答)

発展

※ アル=フワリズムーの解答

アル=フワリズムーは、先ほどの問題の解き方を、次の図を使って示しています。どのように解いたのか考えてみましょう。(解説)

まず、1辺の長さが x の正方形を描き、次に x の1次の項の係数10の半分の長さを図のように付け加える。これがこの方程式の表している面積39である。

これを大きな正方形とみると $\left(\frac{10}{2}\right)^2$ だけ、余分な面積が付け加えられているので、大きな正方形の面積は()となる。よって大きな正方形の1辺の長さが()と分かるので、大きな正方形の辺の長さに着目して x の値を求めることができる。

