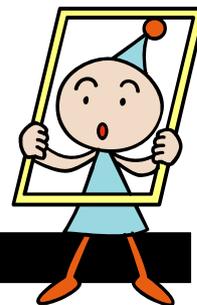


図形の性質と証明(5)

平行四辺形(2)



今日の学習のポイント

- ・四角形の辺や角がどのようになれば平行四辺形になるのか証明してみよう。
- ・平行四辺形になるための条件を使って、図形の性質を証明してみましょう。

平行四辺形になるための条件

図のようなお皿にもみられるように、身の回りには平行四辺形の形をしているものがあります。

では、四角形にどのような条件があれば平行四辺形になるのか調べてみましょう。

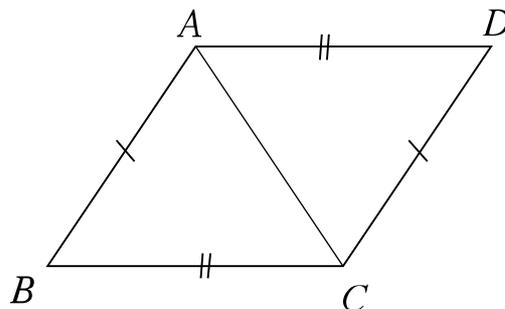


(1) 教科書では、平行四辺形になるための条件としてどのようなものがあげられていますか。調べてみましょう。

- ・ 2組の対辺がそれぞれ平行である。…… (これは平行四辺形の定義！)
- ・ 2組の () がそれぞれ等しい。
- ・ 2組の () がそれぞれ等しい。
- ・ () がそれぞれの中点で交わる。
- ・ () の対辺が () で、その長さが等しい。

(2) 2組の対辺が等しい場合、その四角形は平行四辺形といえるか証明してみましょう。

四角形 ABCD において、2組の対辺が等しいので、
 $AB = ()$, $AD = BC$ 次に対角線 AC を引く。
このとき、ABC と CDA において
 $AB = CD$ (仮定より対辺の長さが等しい)
 $BC = ()$ (仮定より対辺の長さが等しい)
() = CA (共通)
よって、() ので
ABC CDA よって $\angle BAC = ()$
() が等しいので、AB と DC は平行といえる。
同様に、 $\angle BCA = \angle DAC$ より、AD と BC も平行といえる。
よって、2組の () がそれぞれ平行なので、四角形 ABCD は平行四辺形といえる。



平行四辺形になるための条件

平行四辺形になるための条件

- 2組の対辺がそれぞれ等しい。
- 2組の対角がそれぞれ等しい。
- 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- 1組の対辺が平行で、その長さが等しい。

3つ目までは、
平行四辺形の性質と
にているなあ・・・

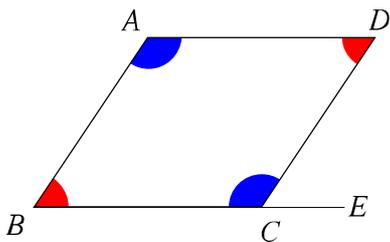


練習問題 1 (平行四辺形になるための条件の証明)

証明していない他の場合について、自分で一つ選んで証明に挑戦してみましょう。

(1) 2組の対角がそれぞれ等しい

$\angle B + \angle C$ は何度?



$A = C$, $B = D$ とする。

四角形の内角の和は()°より、

$B + C = ()^\circ$

また、 $\angle DCE + C = 180^\circ$ より

$\angle DCE = ()$ といえる。

よって()が等しいので、

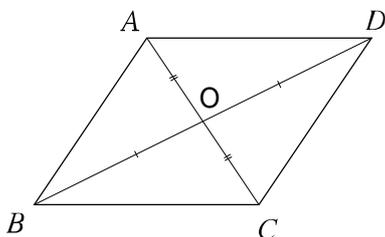
ABとDCは平行

同様に、ADとBCも平行といえる。

よって、四角形ABCDは平行四辺形

(2) 対角線がそれぞれの中点で交わる

OABと OCDに着目すると・・・



OABと OCDにおいて、

OA=OC (仮定)

OB=OD (仮定)

()

よって、()が

それぞれ等しいので

$\triangle OAB \cong \triangle OCD$

合同な三角形の対応する角は等しいので

$\angle BAO = \angle DCO$

()が等しいので、ABとDCは平行

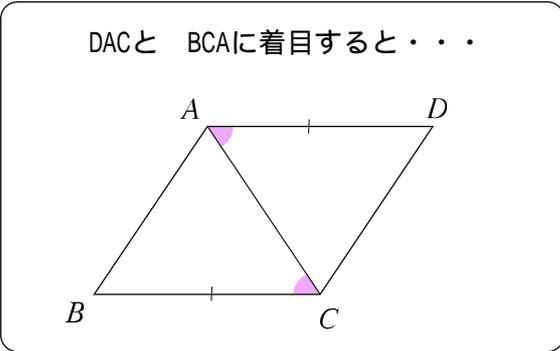
同様に、 $\triangle OAD \cong \triangle OCB$ なので、

ADとBCも平行

よって、四角形ABCDは平行四辺形

(3) 1組の対辺が平行で、その長さが等しい

DACと BCAに着目すると・・・



ADとBCが平行で長さが等しいとする。

DACとBCAにおいて

DA=BC (仮定より)

DAC=() (平行線の錯角より)

AC=CA (共通)

() がそれぞれ
等しいので

DAC BCAに着目

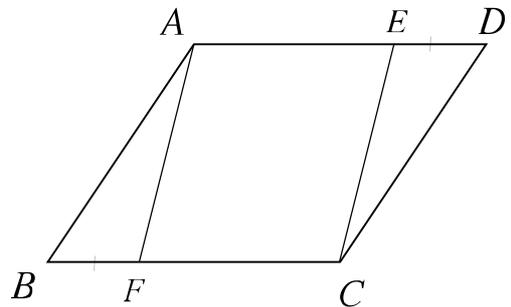
よって、()

錯角が等しいので、ABとDCは平行

よって、2組の()が平行なので、
四角形ABCDは平行四辺形

練習問題 2 (平行四辺形であることを証明する問題、復習問題)

- 1 平行四辺形 ABCD の辺 AD、BC 上にそれぞれ点 E、F を $DE=BF$ となるようにとります。
このとき、四角形 AFCE は平行四辺形となることを証明してみましょう。



- 2 平行四辺形 ABCD の辺 BC 上に、 $AB = AE$ を満たす点 E があります。 $\angle EAD = 62^\circ$ のとき、
 $\angle CDA$ の大きさを求めなさい。

